

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΣΤΙΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΓΙΑ .... ΔΥΝΑΤΟΥΣ ΛΥΤΕΣ

### ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>η</sup>

Αν  $\frac{\chi}{\psi} = 2$ , να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης  $A = \frac{(\chi^3\psi^{-2})^2(\chi^3\psi)^{-1}}{(\chi^2\psi^{-1})^{-2}}$

[**υπόδειξη:** εφαρμόζουμε ιδιότητες δυνάμεων και καταλήγουμε  $A = (\frac{\chi}{\psi})^7 = 2^7 = 128$ ]

### ΑΣΚΗΣΗ 2<sup>η</sup> \*\*\*\*\*

Αν ισχύει  $\frac{55^v \cdot 3^{2v}}{33^v} = 225$  να βρείτε

α) το ν β) τον πλήθος των ψηφίων του αριθμού  $\alpha = 32^{15} \cdot 25^{18v}$

γ) την τιμή της παράστασης  $A = \chi + 7\psi - 4\omega$  όταν

$$\chi + \psi = 2(-3)^{2v-5} \quad \text{και} \quad 3\psi - 2\omega = \left(\left(-\frac{3}{v}\right)^2\right)^{-2v}$$

[**υπόδειξη:** α) εφαρμόζουμε ιδιότητες δυνάμεων και καταλήγουμε  $15^v = 15^2 \rightarrow v = 2$

β) αφού θέσουμε  $v = 2$ , μετασχηματίζουμε με τη βοήθεια των ιδιοτήτων τον α και καταλήγουμε

$$8(2 \cdot 5)^{72} = 8 \cdot 10^{72} \text{ άρα } 73 \text{ ψηφία}$$

γ) για  $v = 2$  βρίσκουμε  $\chi + \psi = -\frac{2}{3}$  και  $3\psi - 2\omega = \frac{16}{81}$ . Μετασχηματίζουμε την A ώστε να γραφεί με

την βοήθεια των  $\chi + \psi$  και  $3\psi - 2\omega \rightarrow$  Τελικό αποτέλεσμα  $A = -\frac{22}{81}$ ]

### ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>η</sup> (Διαγωνισμός Θαλής 2010)

Αν  $\chi + \psi = 3 \cdot (-2)^2$  και  $\psi - \omega = \left[ \left(-\frac{3}{5}\right)^4 \right]^6 \cdot \left[ \left(-\frac{3}{5}\right)^6 \right]^{-4}$  να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$A = 7\chi + 10\psi - 3\omega - 87$$

[**υπόδειξη:** υπολογίζουμε τα  $\chi + \psi = \dots = 12$  και  $\psi - \omega = \dots = 1$  και μετασχηματίζουμε την παράσταση A έτσι ώστε να εμφανισθούν αυτά:  $A = 7\chi + 7\psi + 3\psi - 3\omega - 87$  κλπ. Τελικό αποτέλεσμα  $A=0$ ]

### ΑΣΚΗΣΗ 4<sup>η</sup> (Διαγωνισμός Θαλής 2013)

α) Αν  $\chi = 3^{-2}$  και  $\psi = 3^{-3}$  να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$A = \left(\frac{\chi^3}{\psi^2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{\chi}{\psi}\right)^3 + \frac{81\chi^2 + 27\psi}{\psi}$$

β) Να βρεθεί το πλήθος των ψηφίων του αριθμού  $\beta = 16^{23} \cdot 5^{89}$ , όταν αυτός γραφεί στην δεκαδική του αναπαράσταση

[**υπόδειξη:** α) υπολογίζουμε ξεχωριστά τα διάφορα «κομμάτια» της άσκησης. Αποτέλεσμα

$$A = 90 \quad \beta) \quad 16^{23} \cdot 5^{89} = (2^4)^{23} \cdot 5^{89} = 2^{92} \cdot 5^{89} = 2^3 \cdot (2 \cdot 5)^{89} = 8 \cdot 10^{89} \quad \text{άρα 90 ψηφία}]$$

### **ΑΣΚΗΣΗ 5<sup>η</sup>** (Διαγωνισμός Θαλής 2015)

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης  $A = \frac{\alpha-1}{\alpha-3} + \frac{1}{33} + \alpha^{-1} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{27}$  αν  $\alpha = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$

[**υπόδειξη:**  $\alpha = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \dots$ , αντικαθιστούμε. Τελικό αποτέλεσμα  $A = \frac{7}{3}$ ]

### **ΑΣΚΗΣΗ 6<sup>η</sup>** (Διαγωνισμός Θαλής 2009)

Αν  $a + 2b = \frac{1}{2}$ , να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης

$$A = (16a + 32b)^{-2} - (32a + 64b)^{-3} + \left[ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} : 3^4 \right]^2$$

[**υπόδειξη:**  $(16a + 32b)^{-2} - (32a + 64b)^{-3} = [16(a + 2b)]^{-2} - [32(a + 2b)]^{-3} = \dots$

Τελικό αποτέλεσμα  $A = 1/64$ ]

### **ΑΣΚΗΣΗ 7<sup>η</sup>** (Διαγωνισμός Θαλής 2012)

Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης  $K = \frac{\chi^2 \cdot \psi^4 \cdot z^6 \cdot 2^{182}}{3 \cdot (13 \cdot 2^2 \cdot 3^3 + 4^2 \cdot 9^3)^{-1}}$

αν  $\chi = 2^{-10}$ ,  $\psi = 4^{-8}$ ,  $z = 8^{-6}$

[**υπόδειξη:** α) υπολογίζουμε με τη βοήθεια των ιδιοτήτων των αριθμητή και βρίσκουμε  $2^{-10}$

\*\*\*\*Παρονομαστής:  $3(13 \cdot 2^2 \cdot 3^3 + 4^2 \cdot 9^3)^{-1} = 3(13 \cdot 2^2 \cdot 3^3 + 2^4 \cdot 3^6)^{-1} = 3[2^2 \cdot 3^3(13 + 2^2 \cdot 3^3)]^{-1} =$

$$3(2^2 \cdot 3^3 \cdot 121)^{-1} = 3 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot 11^{-2}. \quad \text{Τελικά } K = \frac{2^{-10} \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 11^2}{3} = 2^{-8} \cdot 3^2 \cdot 11^2 = \left(\frac{33}{16}\right)^2$$