

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ (ΑΛΓΕΒΡΑ)****Α) ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ**

1) Να βρεθούν τα αναπτύγματα των παρακάτω ταυτοτήτων

$$\alpha) (2\chi^3 + 3\psi^2)^2 \quad \beta) (\chi^2 + \frac{2}{\chi^2})^2 \quad \gamma) (\chi^2 + 2\chi)^2$$

$$\delta) (5\chi - \psi)^2 \quad \epsilon) (-3\alpha^2 + 2\beta)^2 \quad \sigma\tau) (-2\chi^2 + 3\chi\psi)^2 \quad \zeta) (-3\chi^2 - 2\chi)^2$$

$$\eta) (2\chi^2 + 3\psi)^3 \quad \theta) (4\chi - 2\psi)^3 \quad \iota) (\alpha^2 - 2\alpha)^3$$

$$\kappa) (7\chi + 2\psi) \cdot (2\psi - 7\chi) \quad \lambda) (3\chi - 1) \cdot (-1 - 3\chi) \quad \mu) (2\alpha^2 - 3\beta) \cdot (-3\beta - 2\alpha^2)$$

$$\nu) (\chi + \psi + \zeta) \cdot (\chi + \psi - \zeta) \quad \xi) (2\alpha^2 - 5\beta) \cdot (5\beta + 2\alpha^2)$$

2) Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά ώστε να προκύπτει η σχετική ταυτότητα

$$\alpha) (2\chi + \dots)^2 = \dots + \dots + 9\psi^2 \quad \beta) (4\alpha^3 - \dots)^2 = \dots - \dots + 25\beta^2$$

$$\gamma) (\dots + \dots)^2 = 9\chi^2 + 12\chi\psi + \dots$$

$$\delta) (\dots - 4\beta)^2 = 3\alpha^2 - \dots + \dots \quad \epsilon) 4\chi^2 - \dots = (\dots + \psi)(\dots - \dots)$$

3) Αν οι αριθμοί  $\chi$  και  $\psi$  είναι αντίστροφοι, να υπολογισθεί η παράσταση

$$A = (\chi + 2\psi)^2 - (2\chi - \psi)^2 + 3\chi^2 - 3\psi^2$$

4) Αν  $P(\chi) = \chi^2$  να υπολογίσετε το  $Q(\chi) = P(\chi-1) - P(\chi+1)$

5) Να γίνουν οι πράξεις

$$\alpha) (3\chi + 2)^2 - (2\chi + 5) \cdot (-5 + 2\chi) - (2\chi - 1)^2$$

$$\beta) (\chi - 2)^2 - 5(\chi + 1)(-1 + \chi) + (2\chi + 1)^2$$

6) Αν  $2\chi + \frac{3}{\chi} = 4$  να υπολογίσετε το  $4\chi^2 + \frac{9}{\chi^2}$



**B) ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ**

1) Να γίνουν οι παρακάτω παραγοντοποιήσεις

α)  $\chi^3 - 3\chi^2 - \chi + 3$  (ομαδ) β)  $\chi^3 - \chi^2 + 4\chi - 4$  (ομαδ) γ)  $\chi^3 + 5\chi^2 - \chi - 5$  (ομαδ)

δ)  $1 - 2\chi\psi - 2\psi + \chi$  (ομαδ) ε)  $6\chi^2 - 9\beta\chi - 4\alpha\chi + 6\alpha\beta$  (ομαδ)

στ)  $\alpha^3\chi^2 - 4\alpha^3\psi^2 - \chi^2 + 4\psi^2$  (ομαδ) ζ)  $2\alpha\chi - \alpha\psi + 4\chi - 2\psi$  (ομαδ)

η)  $2\chi^2 + 5\chi\psi + 3\psi^2$  (διασπ.-ομαδ) θ)  $4\alpha^2\beta^2 - 7\alpha\beta + 3$  (διασπ.-ομαδ)

ι)  $16\chi^2\psi^2 - 25$  (διαφ. τετρ) κ)  $(2\chi - 3)^2 - (\chi + 1)^2$  (διαφ. τετρ)

λ)  $\chi^2 + 9\psi^2 + 6\chi\psi$  (ταυτ.) μ)  $9\chi^2 - 30\chi + 25$  (ταυτ.)



2) Να γίνουν οι παρακάτω παραγοντοποιήσεις

α)  $\chi\psi^3 - 36\chi\psi$  (κ.παρ.-διαφ. τετρ) β)  $\beta^2 + 2\beta + 1 - \alpha^2$  (ταυτ.-διαφ. τετρ)

γ)  $\chi^2 - 2\chi\psi + \psi^2 - \alpha^2$  (ταυτ.-διαφ. τετρ) δ)  $\chi^2 - \alpha^2 + 6\alpha + 9$  (ταυτ.-διαφ. τετρ)

ε)  $\alpha^3(\chi-1) + 4\alpha(1-\chi)$  (κοιν. παρ.-διαφ. τετρ)

στ)  $\chi^3 - 3\chi + 2$  (διασπαση-διαφ.τετραγ-κοινος παρ)

ζ)  $\alpha^3(2\chi+1) - \alpha\psi^2(2\chi+1)$  (κοιν.παρ.-διαφ.τετραγ.)

η)  $\chi^3(\alpha - 3\beta) + \chi(3\beta - \alpha)$  (κοιν.παρ.-διαφ.τετραγ.)

θ)  $\alpha^3 + \beta^3 - \alpha + \beta - \alpha^2\beta - \alpha\beta^2$  (ομαδ. ανα δυο -κοινος παραγ)

3) Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

α)  $\alpha^2 - 5\alpha = 0$  β)  $(4\chi^2 - 16) = 0$  γ)  $3\chi^3 - 27\chi = 0$  δ)  $3\chi^2 = 9\chi$

ε)  $5\chi^2 = 30\chi$  στ)  $\chi^2 + 6\chi = 4\chi^2 - 9\chi$

- 4) Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 20$ . Να παραγοντοποιηθεί και να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 0$ .

### Γ) ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΑΥΤΟΤΗΤΩΝ

1) Να αποδείξετε τις παρακάτω ταυτότητες

α)  $x(x+1)^2 - (x-1)^3 - (2x)^2 = (x-1)^2$  (πραξεις α μελος)

β)  $(3-a)^3 + a(a+5)^2 - (a-1)^2 = 18a^2 + 26$  (πραξεις α μελος)

γ)  $(x-3)^2 + (3x+1)^2 - 10(x-1)(x+1) = 20$  (πραξεις α μελος)

δ)  $(x+2)^3 - 3x(3-x) + (x-1)^3 = 2(x+1)^3 + 5$

(κανουμε πραξεις ξεχωριστα στα δυο μελη και καταληγουμε στο ιδιο αποτελεσμα)

ε)  $(x+2\psi)^2 - (\psi-2x)(\psi+2x) + (2x-\psi)^2 = 9x^2 + 4\psi^2$

### Δ) ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΡΗΤΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις

α)  $\frac{x^2-x}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+3x+2}{x-2} \cdot \frac{x^3-4x}{x^2+4x+4}$       β)  $\frac{4\alpha^2-9}{4\alpha^2-12\alpha+9} \cdot \frac{2\alpha^2+3\alpha}{\alpha^2+3\alpha}$

γ)  $\frac{x^2-6x+9}{x^2-3x} - \frac{x^2-3x+8}{x^2-9} - \frac{x}{x-3}$       δ)  $\frac{x^2-4}{x-3} \cdot \frac{x^2-6x+9}{x^3-x} \cdot \frac{x^2+x}{x^2-4x+3}$



# ΚΑΛΑ ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΑ!!

## ΤΙΣ ΚΑΛΥΤΕΡΕΣ ΕΥΧΕΣ ΜΟΥ ΓΙΑ ΤΗ ΝΕΑ ΧΡΟΝΙΑ!!